Untersuchung der Eikurve

Eine Aufgabe von Ingmar Rubin

Gegeben sei die Gleichung der Eikurve in Polarkoordinaten:

$$r(\varphi) = a \cdot \sin^3(\varphi) - b \cdot \cos^3(\varphi), \quad a, b > 0$$
 (1)

- 1. Überführen Sie die Gleichung in kartesische Koordinaten F(x,y)=0 und bestimmen daraus die algebraische Ordnung der Kurve,
- 2. Zeichen Sie das Bild der Kurve $r = r(\varphi)$ im Intervall $0 \le \varphi \le \pi$,
- 3. Ermitteln Sie die Schnittpunkte mit der x- und y-Achse,
- 4. Bestimmen sie Minimum und Maximum bezüglich der x Achse,
- 5. Berechnen Sie den von der Kurve eingeschlossenen Flächeninhalt,
- 6. Ermitteln Sie die Koordinaten des Flächenschwerpunktes $S(x_s, y_s)$
- 7. Bestimmen Sie durch numerische Integration nährungsweise die Kurvenlänge für das Intervall $0 \le \varphi \le \pi$