

Das Dreieck “von denen“

Die mathematische Knobelei des Monats Januar 1999

Preisrätsel aus Spektrum der Wissenschaft

In einem dunklen Keller, über und über mit Staub bedeckt und von afrikanischen Masken, Lavabomben und längst abgestorbenen Pflanzenteilen an den hinteren Rand des Regals gedrängt, liegt die Antwort auf eine der größten Fragen der Menschheit, nach der Wissenschaftler auf der ganzen Erde fieberhaft suchen: Sind wir allein im Universum? Eine dreieckige Tafel von nur wenigen Zentimetern Kantenlänge, aus einem (selbstverständlich) unbekanntem Material gefertigt, mit einigen Strichen und Punkten versehen: Der Schlüssel zur Kommunikation mit einer außerirdischen Intelligenz.

Das Rätsel auf der Steintafel

Wie die Tafel an ihren Ort gekommen ist, wäre wenigstens genauso gruselig wie das versteckte Kellergewölbe, in dem sie nun liegt. Es ist auch besser, an dieser Stelle nicht weiterzufragen, zuviel Blut würde schon an dem Dreieck haften, so denn welches an der eigenartigen Substanz haften könnte. Aber nichts vermochte an ihr hängen oder kleben zu bleiben. Und nichts hatte ihr auch nur einen Kratzer anhaben können, kein Diamantstift, kein Bohrer, kein Dynamit, selbst moderne Laser haben versagt. Ja, die Tafel hat eine bewegte Geschichte, die ohne Spuren an ihr vorübergegangen ist.

Nur drei Zeichengruppen sind darauf zu erkennen. Mit irgendeiner unbekanntener Energie in das Material getrieben. Es handelt sich dabei um Striche und Punkte, an der Mitte einer jeden Kante ein Grüppchen. An der ersten Seite sind es vier Striche, an der zweiten fünf Striche und vier Punkte und an der dritten sind sechs Striche und acht Punkte zu sehen.

Selbstverständlich handelt es sich um eine wichtige Information, warum sonst sollte sie in dem ausdauernden Material der Tafel verewigt sein? Um noch mehr zu verraten: Auch das Dreieck gehört einer ganz speziellen Sorte an. Aber Information gegen Information: Nun müssen Sie auch für uns herausbekommen, wie lang die kürzeste Seite des Dreiecks ist. Doch passen Sie gut auf, wer Ihnen dabei über die Schultern sieht. Wir brauchen Sie schließlich auch nächsten Monat wieder für unsere mathematische Knobelei. (Punktezahl=5)

Auflösung des Rätsels

Wir gehen davon aus, dass der Strich-Punkt Code die Längenangabe für jede Dreiecksseite darstellt. Da an jeder Dreiecksseite eine unterschiedliche Kombination steht, kann es kein gleichseitiges Dreieck sein. Als "besonderes" Dreieck fällt uns das rechtwinklige Dreieck und der Satz des Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$ ein.

Im ersten Versuch denken wir uns das Dezimalsystem und bewerten die Striche mit dem Faktor 10 und die Punkte als Einer :

$$a = 4 \cdot 10, b = 5 \cdot 10 + 4, c = 6 \cdot 10 + 8 \quad 40^2 + 54^2 \neq 68^2 \quad (1)$$

Die Gleichung geht nicht auf. Die außerirdische Intelligenz rechnet offenbar nicht im Dezimalsystem. Um nun nicht alle mögliche Zahlensysteme zu probieren, versuchen wir eine analytische Lösung. Die Variable x steht für das Stellenwertsystem :

$$(4x + 0)^2 + (5x + 4)^2 = (6x + 8)^2 \quad \rightarrow \quad 5x^2 - 56x - 48 = 0 \quad (2)$$

Die quadratische Gleichung besitzt als Lösungsmenge $x_1 = -\frac{4}{5}, x_2 = 12$. Für uns kommt nur die ganzzahlige Lösung in Frage also:

$$a = 4 \cdot 12, b = 5 \cdot 12 + 4, c = 6 \cdot 12 + 8 \quad 48^2 + 64^2 = 80^2 \quad (3)$$

Die kleinste Dreiecksseite ist damit 48 Längeneinheiten lang.
