

Der Geburtstag

Eine Rätselaufgabe von Professor Albrecht Beutelspacher

Fachbereich Mathematik, UNI Gießen

“Nachträglich herzlichen Glückwunsch zum Geburtstag ! “ sagt der Assistent zu seinem Professor und gibt ihm eine Schachtel. “ Hier drin ist für jedes Ihrer Lebensjahre eine Praline.“

“ Vielen Dank “ antwortet der Professor. “ Ich habe gestern meinen Geburtstag mit meiner Frau und meinen beiden Nichten gefeiert. Es fiel mir auf, daß die drei Damen zusammen genau zweimal so alt sind wie Sie. Und ihr Alter multipliziert, ergibt 2450.

Dabei zähle ich nur die vollen Lebensjahre. “ Können Sie mir sagen, wie alt meine beiden Nichten sind ? “

Nach kurzem Überlegen erwidert der Assistent: “ Sie haben mir noch nicht genügend erzählt ! “

“ Da haben Sie recht “, entgegnet der Professor, “ aber wenn ich Ihnen nun sage, daß ich der Älteste von uns Vieren war, so wissen Sie alles nötige. “
Wie alt ist der Professor ?

Lösung

Folgende Größen werden vereinbart:

- n_1 Alter der ersten Nichte ,
- n_2 Alter der zweiten Nichte ,
- f Alter der Frau vom Professor ,
- p Alter des Professors ,
- a Alter des Assistenten ,

Aus der Aufgabenstellung sind folgende Bedingungen bekannt:

$$n_1 + n_2 + f = 2 \cdot a \tag{1}$$

$$n_1 \cdot n_2 \cdot f = 2450 \tag{2}$$

Die Gleichungen müssen in ganzen Zahlen gelöst werden, da nur die vollendeten Lebensjahre zählen.

$$n_1, n_2, f, p, a \in \mathbb{N} \tag{3}$$

Der Professor ist der Älteste in der Geburtstagsrunde also:

$$n_1 \leq n_2 \leq f < p \quad (4)$$

Die Zerlegung der Zahl 2450 ergibt:

$$2450 = 1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \quad (5)$$

Das Alter der Nichten und der Frau kann nur eine Kombination aus den Teilern der Zahl 2450 sein. Folgende (sinnvolle) Kombinationen sind möglich, die Vertauschungen zwischen n_1 und n_2 werden nicht mit aufgeführt:

- 1.) $n_1 = 2, \quad n_2 = 35, \quad f = 35, \quad s = 72 \quad \text{div } 2 = 36$
- 2.) $n_1 = 2, \quad n_2 = 25, \quad f = 49, \quad s = 76 \quad \text{div } 2 = 38$
- 3.) $n_1 = 5, \quad n_2 = 5, \quad f = 98, \quad s = 108 \quad \text{div } 2 = 54$
- 4.) $n_1 = 5, \quad n_2 = 7, \quad f = 70, \quad s = 82 \quad \text{div } 2 = 41$
- 5.) $n_1 = 5, \quad n_2 = 10, \quad f = 49, \quad s = 64 \quad \text{div } 2 = 32$
- 6.) $n_1 = 5, \quad n_2 = 14, \quad f = 35, \quad s = 54 \quad \text{div } 2 = 27$
- 7.) $n_1 = 7, \quad n_2 = 7, \quad f = 50, \quad s = 64 \quad \text{div } 2 = 32$
- 8.) $n_1 = 7, \quad n_2 = 10, \quad f = 35, \quad s = 52 \quad \text{div } 2 = 26$
- 9.) $n_1 = 7, \quad n_2 = 14, \quad f = 25, \quad s = 46 \quad \text{div } 2 = 23$

Der Assistent kennt das Alter vom Professors, da er ihm ein Schachtel mit Pralinen überreicht, deren Anzahl dem Alter des Professors entspricht. Selbstverständlich kennt der Assistent auch sein eigenes Alter.

Die Rückfrage des Assistenten beim Professor bedeutet, das es sich um Möglichkeit 5. oder 7. handeln muß. Beide Varianten ergeben die gleiche Summe 64. Der Assistent muß also 32 Jahre alt sein.

Wenn der Professor älter als 50 Jahre ist, würde dem Assistenten die Information, das er der Älteste ist nicht weiter helfen. In diesem Fall könnte die Frau des Professors 49 oder 50 Jahre alt sein.

Der Professor behauptet: "aber wenn ich Ihnen nun sage, daß ich der Älteste von uns Vieren war, so wissen Sie alles nötige. " so muß diese Information zur eindeutigen Lösung führen. Das kann nur der Fall sein, wenn der Profesor genau 50 Jahre alt ist. Dann scheidet Lösung 7 aus, weil $p > f$ gefordert ist. Es kommt nur Lösung 5 in Frage, d.h. die Frau des Professors ist 49 Jahre und die beiden Nichten sind 5 und 10 Jahre alt.
