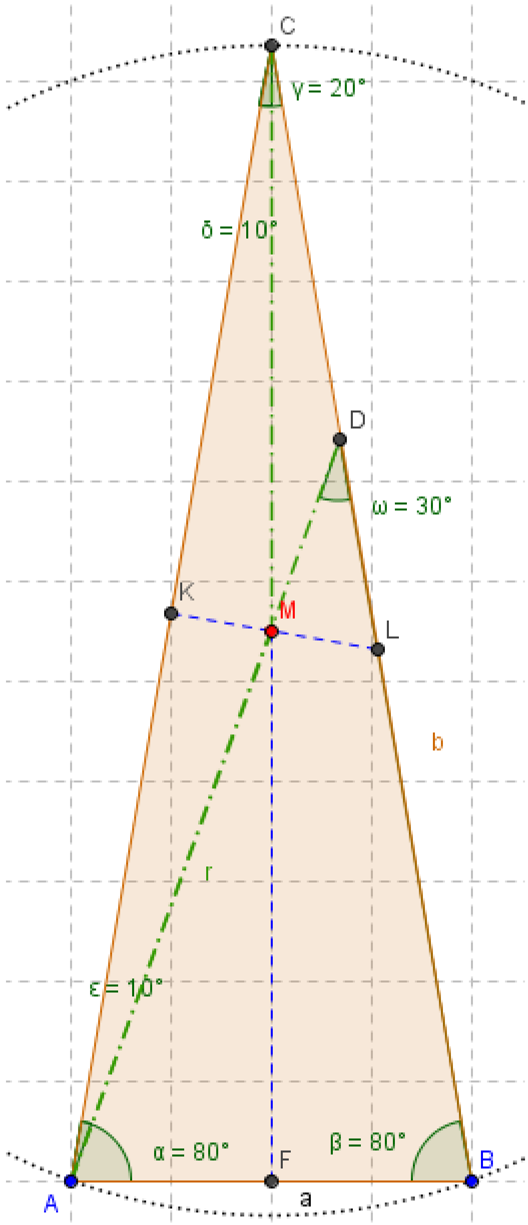
Lösungsvorschlag zur Aufgabe „Winkel im Dreieck gesucht“

von Harald Schäfer



<u>Idee:</u> Lösung mit Hilfe der Mittelsenkrechten als Schnittpunkt des Umkreises des Dreiecks ABC.

Gegeben sei das gleichschenklige Dreieck ABC mit dem Winkel γ =20°. Daraus ergibt sich für die Basiswinkel α = β = 80°.

Wir konstruieren nun die Mittelsenkrechten auf der Stecke $\overline{AB}$ und auf $\overline{AC}$. Damit erhalten wir die Mittelsenkrechten $\overline{KL}$ und $\overline{CF}$ die sich im Mittelpunkt M des Umkreises um das Dreieck ABC schneiden. Zeichnen wir nun die Strecke $\overline{AM}$=r.

Somit gilt also $\overline{AM} = \overline{CM}$ = r

Damit ist aber auch das Dreieck AMC ein gleichschenkliges mit den Basiswinkeln

$\varepsilon = \delta =$ 10°

Verlängern wir nun den Radius r = $\overline{AM}$ über M hinaus, so erhalten wir den Punkt D als Schnittpunkt mit b.

Jetzt erkennt man aber für den Winkel ω im

Dreieck ABD sehr einfach:

ω = 180° - 80° - (80°-10°) = 30°

Gemäß Aufgabenstellung gilt $\overline{CD}$ = $\overline{AB}$ =a; dies zeigen wir über den Sinussatz.

Im Dreieck ADC gilt:

$$\frac{\sin 10°}{\overline{CD}} = \frac{\sin(180° - \omega)}{b} \qquad \text{;mit} \quad \sin 10° = \frac{a}{2b}$$

$$\frac{a}{2b * \overline{CD}} = \frac{\sin \omega}{b} \qquad \text{;mit} \quad \sin(180° - \omega) = \sin \omega$$

$$\frac{a}{2b * \overline{CD}} = \frac{\sin 30°}{b} \qquad \text{;mit} \quad \sin 30° = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a}{2b * \overline{CD}} = \frac{1}{2b}$$

$$\boldsymbol{\overline{CD} = a}$$

Damit ist nun bewiesen, dass CD der Seite a des Dreiecks entspricht. AD ist die Verlängerung des Umkreisradius r und daraus liest man leicht den gesuchten Winkel ω=30° ab.

07.12.14 Harald Schäfer; h-schaefer@web.de