

Der optimale Schwimmring

Ingmar Rubin, Berlin

23. Juni 2002

Die Sommerbadesesaison 2002 hat gerade so richtig begonnen. Das Geschäft mit Schwimmringen und anderen Badespielzeug läuft auf Hochtouren. Die Firma *Badespaß* präsentiert zwei neue Schwimmringformen:

- der *antisymmetrische Torus* und
- die *gedrehte Acht*

Ein normaler Schwimmreifen besitzt die Form eines Kreistorus mit konstanter, kreisförmiger Querschnittsfläche. Seine Parameterdarstellung lautet :

$$\vec{r}_1(u, v) = \begin{pmatrix} (R + r \cos v) \cos u \\ (R + r \cos v) \sin u \\ r \sin v \end{pmatrix}, \quad R > 2r \quad (1)$$

Beim *antisymmetrischen Torus* wird die Materialstärke über dem Umfang stetig verjüngt. Nach dem Aufpumpen besitzt die Querschnittsfläche ein Minimum und ein Maximum, welche sich diametral gegenüberliegen. Seine Oberfläche genügt der Parameterdarstellung :

$$\vec{r}_2(u, v) = \begin{pmatrix} (R + r \cos v (2 + \sin u)) \cos u \\ (R + r \cos v (2 + \sin u)) \sin u \\ r \sin v (2 + \sin u) \end{pmatrix}, \quad R > 2r \quad (2)$$

Die *gedrehte Acht* entsteht durch Rotation einer 8– Kurve (Lemniskate, siehe folgende Seite) um eine gedachte Achse. Während der Rotation dreht sich die 8 einmal um 180° . Der so entstandene Schwimmring besitzt die Darstellung :

$$\vec{r}_3(u, v) = \begin{pmatrix} (R + r (\cos \frac{u}{2} \sin v - \sin \frac{u}{2} \sin 2v)) \cos u \\ (R + r (\cos \frac{u}{2} \sin v - \sin \frac{u}{2} \sin 2v)) \sin u \\ r (\sin \frac{u}{2} \sin v + \cos \frac{u}{2} \sin 2v) \end{pmatrix}, \quad R > 2r \quad (3)$$

Ein Schwimmring gelte als optimal, je größer sein Verhältnis von Volumen zur Oberfläche ist. Untersuchen Sie welcher der Ringe am optimalsten gebaut ist und lösen Sie die folgenden Aufgaben :

1. Plotten Sie die drei Ringe mit einem Programm Ihrer Wahl für $R \geq 2r$
2. Berechnen Sie den Oberflächeninhalt und das Volumen für die drei Körper in Abhängigkeit von R, r .
3. Welcher der Ringe besitzt das größte Verhältnis $V \div A$?

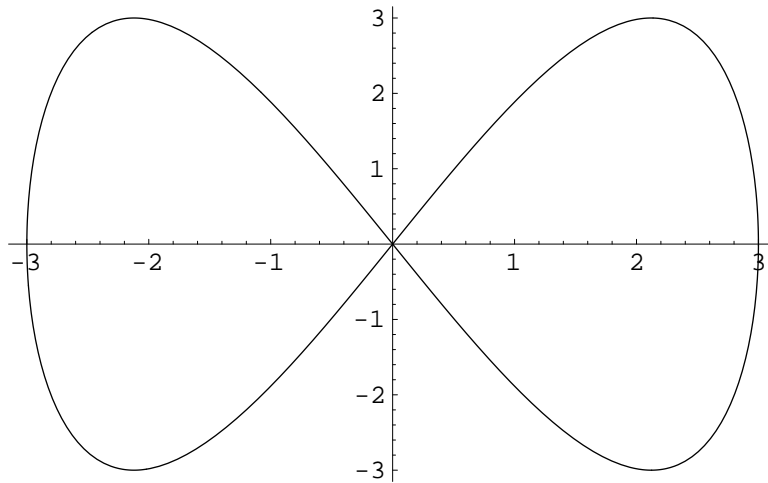


Abbildung 1: Acht-Kurve

Punktezah=10

Hinweis: Ein sehr interessantes und einfach zu bedienendes Programm zur Darstellung dreidimensionaler Flächen ist *Funky3D* von Sven Hanke. Es steht zum kostenlosen Download im Internet unter:

<http://www.informatik.hu-berlin.de/~hanke/start.htm>
