

Viereck contra Dreieck

Eine Rätselaufgabe von Ingmar Rubin, Berlin

13. Dezember 2001

Gabi, Petra und Thomas fertigen in der Mathematik AG verschiedene Polygone aus einem Modellbaukasten an. Die Streben besitzen an ihren Enden Drehgelenke über die sie mit weiteren Streben verbunden werden. Gabi hat ein Dreieck mit unterschiedlichen Seitenlängen a, b, c zusammengestellt. Thomas hat das Modell eines allgemeinen Vierecks aus Streben mit größer werdender Länge angefertigt ($a < b < c < d$).

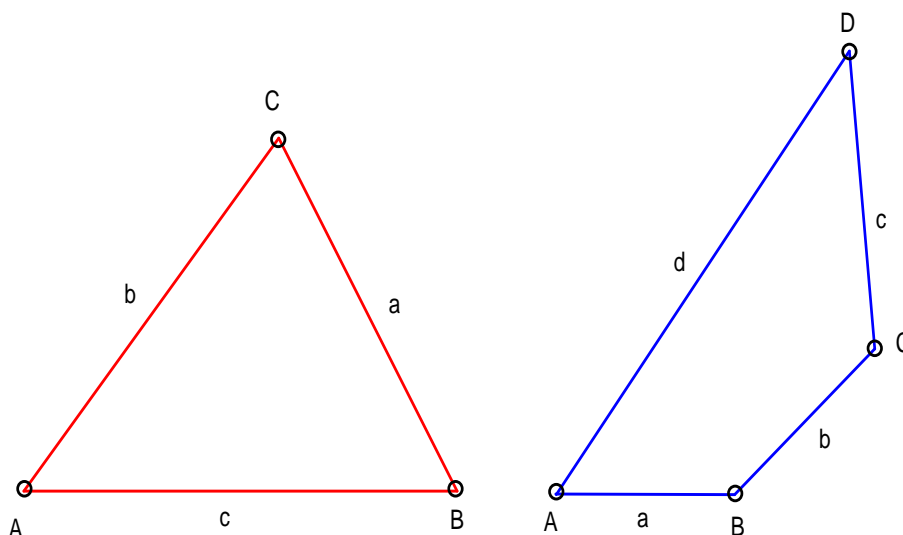


Abbildung 1: Bild zur Aufgabenstellung

Während das Dreieck unbeweglich ist (alle Innenwinkel sind fest) kann das Viereck in beliebig viele Positionen verstellt werden. Zu jedem Polygon soll nun eine Formel zur Berechnung des Flächeninhaltes notiert werden. Petra kennt vom Dreieck die *Flächenformel von Heron* wonach alle Dreiecke mit konstanten Seitenlängen den gleichen Flächeninhalt besitzen.

$$A_{\Delta} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{a+b+c}{2} \quad (1)$$

Beim allgemeinen Viereck ist die Situation komplizierter. Lehrer Karl gibt seinen jungen Mathematikern folgende Aufgaben auf den Heimweg :

1. Bestimme von allen Vierecken $ABCD$ mit den Seitenlängen $a < b < c < d$ dasjenige welches maximalen Flächeninhalt besitzt !
2. Berechne für die Seitenlängen $a = 3 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$ und $d = 8 \text{ cm}$ den maximalen Flächeninhalt des Vierecks !
3. Konstruiere das maximale Viereck mit Zirkel und einem skalierten Lineal. (Punktezahl = 8)