# Die Reise zum Styx

aus *Bild der Wissenschaft*

Januar 2006

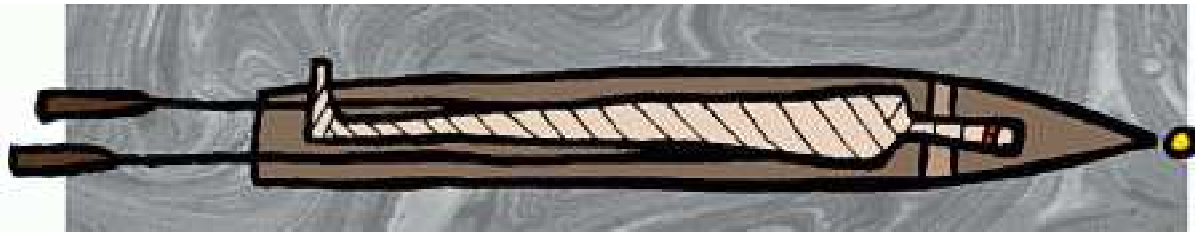

Abbildung 1: Charon auf seinem Nachen

Baron Münchhausen stopfte sich seine Pfeife und zündete sie an. Dann blickte er in die Runde und begann zu erzählen: 'Im Sommer 1745 reiste ich durch Griechenland. Es war außergewöhnlich heiß, selbst für griechische Verhältnisse, und es hatte schon seit Monaten nicht mehr geregnet. Ich begann, unter der Hitze zu leiden, und so beschloss ich, den Hades zu besuchen, um im Reich der Schatten ein wenig Abkühlung zu finden. Um die Rückkehr machte ich mir keine Sorgen, denn was Orpheus geschafft hatte, sollte mir doch wohl auch gelingen.' Münchhausen nahm einen tiefen Zug aus seiner Pfeife und fuhr dann fort: 'Am 13. August erreichte ich schließlich den Styx. Mir genau gegenüber, am anderen Ufer des Flusses, gähnte ein riesiges schwarzes Loch in einer Felswand: das Tor zum Hades. Direkt davor lag ein Nachen, halb auf das Ufer gezogen, halb im Wasser. Ein alter Mann lag darin und schlief. Das musste Charon sein, der Fährmann der Unterwelt. Ich rief ihm zu, er möge mich übersetzen und winkte mit einem goldenen Zweig. Sie wissen sicherlich, meine Herren, dass Charon keine Lebenden über den Fluss bringt, außer wenn sie ihm einen goldenen Zweig als Fährlohn geben. Aber Charon beachtete mich gar nicht. Er schob den Nachen in den Fluss und ruderte mit ganzer Kraft stromaufwärts. Ich ritt am Ufer hinter ihm her, aber erst nach einer Stunde hatte ich ihn eingeholt. Genau in diesem Augenblick zog Charon die Ruder in den Nachen, sprang ins Wasser und schwamm, so schnell er konnte, stromabwärts. Ich ritt am Ufer neben ihm und wunderte mich über sein seltsames Verhalten. Als wir schließlich wieder zum Hades-Tor gelangten, schwamm er an mein Ufer und blieb eine Zeit lang erschöpft im Sand liegen. Doch dann kamen wir ins Gespräch: ‚Persephone, die Herrscherin der Unterwelt, ist in den letzten Jahren immer boshafter geworden. Sie würde Euch niemals wieder aus dem Hades herauslassen', warnte er mich - und ich beschloss, lieber auf meinen Besuch des Schattenreiches zu verzichten. Als ich dann Charons Schwimmleistung bewunderte, sagte er stolz: ‚In einem Gewässer ohne Strömung kann ich halb so schnell schwimmen wie rudern.' Dann erzählte er mir noch einiges von seiner anstrengenden Arbeit und den vielen Fahrgästen, die er jahrein, jahraus über den Styx brachte. Wir hatten genau zwei Stunden am Ufer gesessen, als der Nachen vorbeitrieb. Charon verabschiedete sich rasch und schwamm zu seinem Boot.' Da wurde Münchhausen von General von Oorde unterbrochen: 'Wie viel Zeit hätte Charon denn auf dem Rückweg sparen können, wenn er gerudert statt geschwommen wäre?' 'Mein lieber General', erwiderte der Baron, 'das könnt Ihr Euch doch leicht selbst überlegen.' Wissen Sie es?

## Lösungsvorschlag

Für den Lösungsweg seien folgende Bezeichner eingeführt:

- $v_f$ Strömungsgeschwindigkeit vom Fluss
- $v_r$ Rudergeschwindigkeit von Charon
- $v_s$ Schwimmgeschwindigkeit von Charon
- $t_x$ Zeit für den Rückweg von Charon mit Schwimmen
- $t_y$ Zeit für den Rückweg von Charon mit Rudern

Aus der Aufgabenstellung wissen wir, dass Rudern doppelt so schnell ist wie das Schwimmen:

$$v_r = 2 \cdot v_s \tag{1}$$

Bezeichne $s_1$ den Weg, den Charon vom Startpunkt bis zur Wendestelle auf dem Fluss zurücklegt, dann gilt:

$$s_1 = 1h \cdot (v_r - v_f) = 1h \cdot (2\,v_s - v_f) \tag{2}$$

Den Rückweg schwimmt Charon in Strömungsrichtung des Flusses also:

$$s_1 = t_x \cdot (v_s + v_f) \quad \rightarrow \quad t_x = \frac{s_1}{v_s + v_f} = \frac{1h \cdot (2\,v_s - v_f)}{v_s + v_f} \tag{3}$$

Das Nachen trifft $2\,h$ nach Charon ein und triebt mit der Strömungsgeschwindigkeit vom Fluss:

$$s_1 = (t_x + 2\,h) \cdot v_f \tag{4}$$

Der Vergleich mit (3) liefert:

$$s_1 = (t_x + 2\,h) \cdot v_f = t_x \cdot (v_s + v_f) \quad \rightarrow \quad t_x = \frac{2\,h \cdot v_f}{v_s} \tag{5}$$

Jetzt können wir aus (3) und (5) die Zeit $t_x$ eleminieren:

$$t_x = \frac{2\,h \cdot v_f}{v_s} = \frac{1h \cdot (2\,v_s - v_f)}{v_s + v_f} \tag{6}$$

Die Auflösung der quadratischen Gleichung führt auf $v_s = 2\,v_f$. Das Ergebnis setzen wir in (5) ein und erhalten:

$$t_x = \frac{2\,h \cdot v_f}{v_s} = \frac{2\,h \cdot v_f}{2\,v_f} = 1\,h \tag{7}$$

Währe Charon den Rückweg gerudert, so müßte die Gleichung lauten:

$$s_1 = t_y \cdot (v_r + v_f) = t_y \cdot (2\,v_s + v_f) = t_y \cdot (4\,v_f + v_f) \tag{8}$$

Der Vergleich mit (4) liefert:

$$s_1 = t_y \cdot (4\,v_f + v_f) = (t_x + 2\,h) \cdot v_f = (1\,h + 2\,h) \cdot v_f \tag{9}$$

$$t_y = \frac{3\,h \cdot v_f}{4\,v_f + v_f} = \frac{3\,h}{5} \tag{10}$$

Die gesuchte Zeitdifferenz beträgt:

$$t = t_x - t_y = 1\,h - \frac{3\,h}{5} = \frac{2\,h}{5} = 24\,min \tag{11}$$